

(明治大学工学部研究報告)
(第 51 号・1986 年 10 月)

I-135 密度変化による壁面流動すべりの測定法

小 島 昇

A Measurement Method of the Slippage of the Fluid Flowing
over the Wall by Using the Local Density Change

Noboru KOJIMA

Abstract

Being very small, the slippage of the fluid flowing over the wall surfaces in tubes has been neglected; it cannot be neglected in the precise viscosity measurement for the liquid, however.

The slippage increases by coating the wall surfaces with materials repelling water like as Silicone oil, but since the slippage velocity is very small, the direct measurement of it is so much so difficult.

In this paper, the local density change produced in the liquid flowing in a passage having a rectangular cross section was optically visualized. A method for visualization is making a practical application of the principle of Schlieren method, and the local density change is generated by heating a spot on the passage wall.

The flow velocity distribution in a passage is obtained from the locus of heated liquid so called convection curve estimated from the visualized local density change.

It was derived from both the configuration of the convection curve and the flow velocity distribution that the disaccordance between the estimated starting point of the convection curve and the heated point at the wall surface is mainly depend on the slippage.

At least, it was obtained by the existence of discrepancy between surface conditions non-treated and coated by Silicone oil that the existence of the slippage of the liquid flowing over the wall surface was verified.

1. ま え が き

ガラス製の円管、二重管などの内部を流れる液体の流れにおいては、すべりを無視するべきではないことが、流速分布および粘度の測定に関して示されている¹⁾。

このようなすべりは洗浄されたガラス管面においても生じる可能性があるが、シリコン油など撥水性のある物質で表面を処理することによって増加する²⁾。ただし、すべりの速度は流速に比べて小さく、しかも表面に沿って発生すると考えられるため、すべり速度を直接測定することは困難とみられる。

本研究では壁面近くの流れを明確にするために短形断面の流路を用い、電熱ヒーターで壁面を点加熱し、流路内を流れる液体に局所的な密度変化を発生させ、シュリーレン法³⁾を用いて光学的に密度変化を可視化し、さら

に、密度変化を可視化した対流曲線より流路内の流速分布を求め、壁面からの密度変化の生成点と壁面の加熱点（ヒーターの位置）との「ずれ」がすべりに依存することを示した。すなわち、流路内の液体流れにおける壁面上のすべりを表わす方法として速度分布にもとづく方法に加えて新しい観測法を示した。

2. 対流曲線の定義

Fig. 1 に示すように流路底面に点接触させたヒーターを加熱することにより底面に接している液体の温度が上昇する。

この結果、温度上昇した液体は流路内を流れている液体に対して対流⁴⁾を起こし、対流による上昇流と流れの方向の流速とのベクトル和の方向に移動し、Fig. 1 のようになると考えられる。対流による上昇流の速度は流路

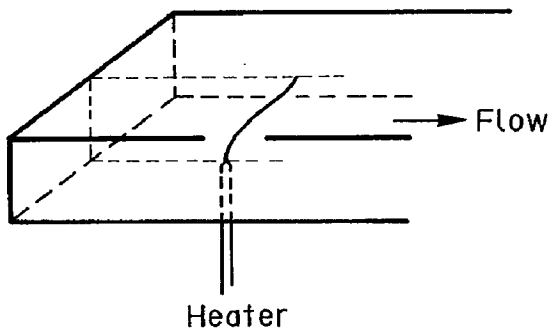


Fig. 1 A locus of heated liquid

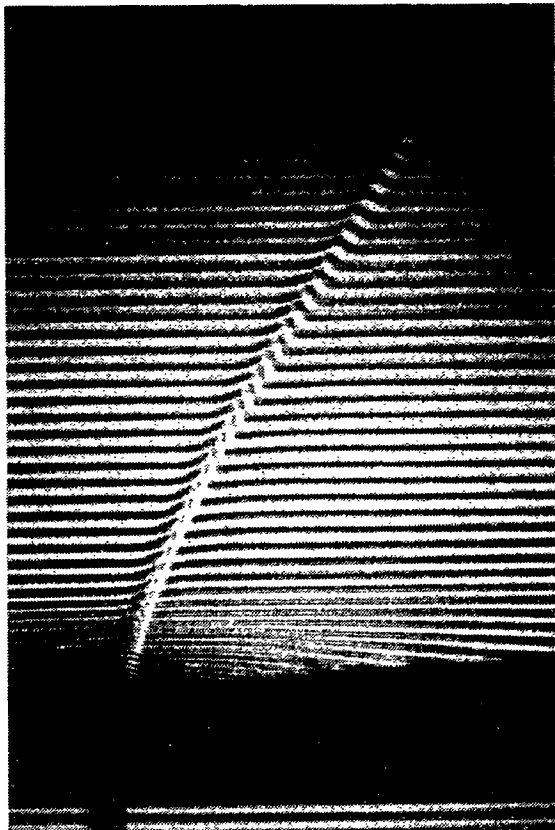


Photo 1 Visualized schlieren photograph of a local density change

の最大流速程度で、かつ、流路の底面から上昇するに従って熱伝達と放射により温度が低下するはずである。ただし、温度の低下は水の場合大きくはないといえるので、ここでは上昇速度に大きな変化がみられない範囲を対象とした。

Photo 1 は、このような局所密度変化をシュリーレン法により可視化した写真であり、この局所密度変化を、以下、「対流曲線」と呼ぶことにする。

3. 測定原理

3.1 対流曲線および距離曲線

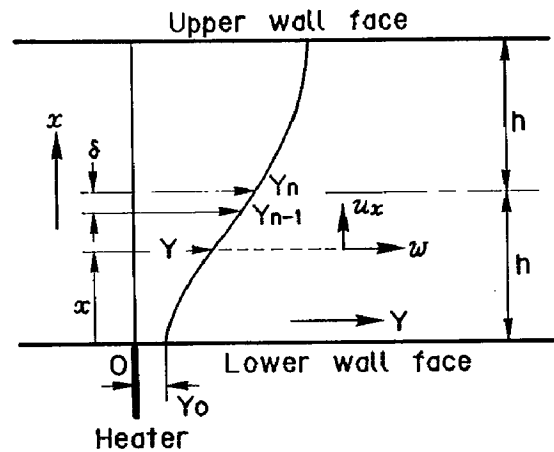


Fig. 2 Convection curve

液体の流れにより加熱点まわりの温度分布は流れの方向が長軸になるダム状の分布になると予測されることから、対流曲線の生成位置はヒーターの位置より下流側にずれて生成すると考えられ、流路、ヒーターおよび対流曲線を Fig. 2 に示すようにヒーターの位置を原点とし、流路底面から上方に x 軸を、流れの方向に Y 軸をとると、対流曲線は次式のように近似することができる。

$$Y = Y_0 + A_1x + A_2x^2 + A_3x^3 + A_4x^4 + A_5x^5 + A_6x^6 + A_7x^7 \\ = Y_0 + \sum_{M=1}^7 A_M x^M \quad (1)$$

ここに、 Y_0 , A_M : 定数 ($M=1\sim7$)

一方、管内の流速分布は、Fig. 3 のようになることが想像でき、一定時間の間に流れが移動する距離の分布も流速分布と同様になる。これを距離曲線と呼び、座標の原点を流路の底壁面上にとると、距離曲線は次式のように近似することができる。

$$Z = a_1 + a_2(x-h)^2 + a_3(x-h)^4 + a_4(x-h)^6 \\ = \sum_{N=1}^4 a_N(x-h)^{2(N-1)} \quad (2)$$

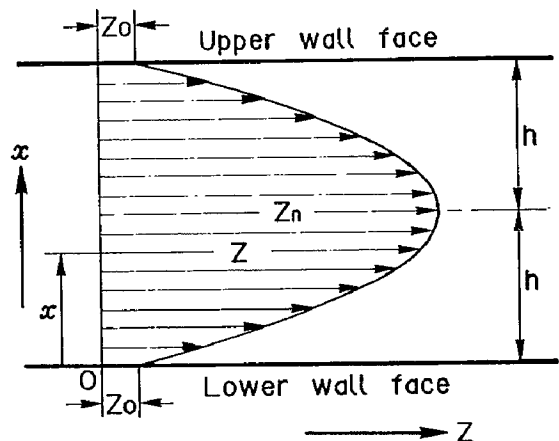


Fig. 3 Displacement of liquid

ここに、 a_N : 定数 ($N=1\sim 4$)

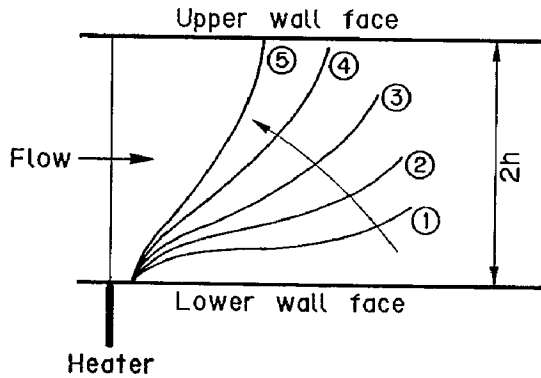


Fig. 4 Formation process of a convection curve

3.2 対流曲線と距離曲線との関係

Fig. 4 は対流曲線の生成過程を示したもので、ヒーターの加熱初期①の状態から時間の経過に従って、順次、②～⑤と移動し、ある一定時間（流速によりそれぞれ異なる）後に静止状態（定常状態）⑤となる。

対流曲線に沿って温度は徐々に低下していくと考えられるが、ここでは流路の下壁面から上壁面までの部分で対流曲線上の温度、すなわち、上昇速度は流速には関係なくほぼ一定であると仮定する。

そこで、上昇速度を u_x 、管軸方向の速度を w とすると、液体が微小時間 dt 内に上方へ移動する微小距離 δ および管軸方向に移動する距離 z はそれぞれ次式のように表わすことができる。

$$\begin{cases} \delta = u_x dt \\ z = w dt \end{cases} \quad (3)$$

Fig. 2 において、 x の微小変化量 dx に対する Y の微小変化量 dY の比は、 u_x に対する w の比に等しいので、次式のように表わすことができる。

$$\frac{dY}{dx} = \frac{w}{u_x} = \frac{w dt}{u_x dt}$$

上式と (3) 式より

$$dY = \frac{Z}{\delta} dx \quad (4)$$

Fig. 2 における境界条件 $(Y)_{x=0} = Y_0$ を用い、上式を積分すると、対流曲線として表わした距離 Y と距離曲線として表わした液体の移動距離 z との関係は u_x が一定であるとして次式のように導かれる。

$$Y - Y_0 = -\frac{1}{\delta} \int_0^x Z dx \quad (5)$$

上式は対流曲線の x 点における距離 Y と壁面上の距離 Y_0 との差が微小時間 dt 内に液体が管軸方向に移動する距離 z と x の微小変化量 dx を乗じた面積を x 軸方向に下壁面から x 点まで累積し、 x 軸方向の微小距

離 δ で除して導かれる距離であることを表わしている。

3.3 流速分布

流路内を流れる液体と加熱された液体との温度差によって対流の速度は異なるが、加熱の条件が一定で流れが定常のとき、限られた範囲においては対流の速度が一定であると仮定できる。これにより、(3) 式から、 dt 時間に上方に移動する微小距離は一定となる。

そこで、微小時間 dt 内の液体の移動距離は対流曲線からつぎのような手順で数値計算により求められる。

流路の高さを $2h$ として h を n 等分した値を δ ($n \geq 0$ とした任意の dt 時間と考える) とすると、 $x = i\delta$ ($1 \leq i \leq n$) における Y_i と $x = (i-1)\delta$ における Y_{i-1} との差が Z_i となり、(5) 式の関係を用いることにより次式のように表わすことができる。

$$Z_i = Y_i - Y_{i-1} = -\frac{1}{\delta} \int_{(i-1)\delta}^{i\delta} Z dx \quad (6)$$

上式と (2) 式より次式が導かれる。

$$\begin{aligned} Y_i - Y_{i-1} &= -\frac{1}{\delta} \left\{ \delta a_1 + \frac{1}{3} - (J^3 - K^3) a_2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{5} - (J^5 - K^5) a_3 + \frac{1}{7} - (J^7 - K^7) a_4 \right\} \\ &= -\frac{1}{\delta} - \sum_{N=1}^4 \frac{a_N}{2N-1} - (J^{2N-1} - K^{2N-1}) \end{aligned} \quad (7)$$

ここに、 $J = i\delta - h$

$$K = (i-1)\delta - h$$

上式の左辺は (1) 式を用いて求めた対流曲線の近似式から求められるので、上式を用い最小 2 乗法により定数 $a_1 \sim a_4$ を算出することができる。

(7) 式は h を n 等分した微小区間の隣り合った対流曲線上の距離の差を計算しているので Y_0 は相殺されている。さらに、対流曲線自体は流路内の流れの情報を含んでいるが流路の壁面上の情報は持っていない。

それゆえ、これらの定数 $a_1 \sim a_4$ を (2) 式に代入して得られる移動距離は壁面上 ($x=0$) では零でなければならないはずである。

しかし、(1)、(2) および (4) 式より $Z_0 = (Z)_{x=0}$ は

$$\begin{aligned} Z_0 &= \delta \left(\frac{dY}{dx} \right)_{x=0} = \delta A_1 \\ &= a_1 + a_2 h^2 + a_3 h^4 + a_4 h^6 = \sum_{N=1}^4 a_N h^{2(N-1)} \end{aligned}$$

と求められ、すべり分を含まない距離を Z' とすると、 Z' は次式のように表わすことができる。

$$Z' = Z - Z_0 = \sum_{N=1}^4 a_N \{ (x-h)^{2(N-1)} - h^{2(N-1)} \} \quad (8)$$

$x=h$ におけるすべり分を含まない距離 Z'_n は上式より次式のように求められる。

$$Z'_n = Z_n - Z_0 = a_1 - \sum_{N=1}^4 a_N h^{2(N-1)} \quad (9)$$

対流曲線上の $x=i\delta$ におけるすべり分を含まない距離 $Y_i - Y_0$ は次式のように導くことができる。

$$dY = \frac{dY}{dx} \cdot dx = \frac{Y_i - Y_{i-1}}{\delta} dx$$

上式の両辺を積分すると

$$\int_{Y_0}^{Y_i} dY = \int_0^{i\delta} \frac{Y_i - Y_{i-1}}{\delta} dx$$

$$\therefore Y_i - Y_0 = \int_0^{i\delta} \frac{Y_i - Y_{i-1}}{\delta} dx$$

上式の右辺中の $(Y_i - Y_{i-1})/\delta$ は i 点における距離 Y の変化率であり、 i 点の位置によりそれぞれ異なる。しかし、(7) 式から明らかなように、近似的に $Y_i - Y_{i-1}$ は x に関係のない関数とみなして、上式は次式のように表わすことができる。

$$Y_i - Y_0 = \frac{Y_i - Y_{i-1}}{\delta} \int_0^{i\delta} dx = i(Y_i - Y_{i-1})$$

流路高さ中央におけるすべり分を含まない距離 $Y_n - Y_0$ は (6) および (7) 式において $i=n$ とすることにより次式のように導かれる。

$$\begin{aligned} Y_n - Y_0 &= n(Y_n - Y_{n-1}) \\ &= \frac{n}{\delta} \int_{h-\delta}^h Z dx = n \left(a_1 - \frac{a_2}{3} \delta^2 - \frac{a_3}{5} \delta^4 - \frac{a_4}{7} \delta^6 \right) \\ &= n \sum_{N=1}^4 \frac{(-1)^{2N-1}}{2N-1} a_N \delta^{2(N-1)} \end{aligned} \quad (10)$$

(9) 式と (10) 式は、共に、流路高さの中央 ($x=h$) におけるすべり分を含まない距離をそれぞれ表わしてい

るが、後者は δ によって値が変わり両者は等しくなるとは限らない。しかし、両者の比は Y_0 と Z_0 の比に等しくなるはずであるので、 Z_0 は次式のように求められる。

$$\begin{aligned} Z_0 &= \frac{Z'_n}{n(Y_n - Y_{n-1})} Y_0 \\ &= \frac{a_1 - \sum_{N=1}^4 a_N h^{2(N-1)}}{n \sum_{N=1}^4 \frac{(-1)^{2N-1}}{2N-1} a_N \delta^{2(N-1)}} Y_0 \end{aligned}$$

よって、距離曲線におけるすべり Z_0 は対流曲線の生成する点とヒーターとの位置の「ずれ」 Y_0 に比例する。

最終的に、すべりを含む距離曲線は (8) 式と (11) 式とにより次式のようになる。

$$\begin{aligned} Z &= Z' + Z_0 \\ &= \sum_{N=1}^4 a_N \{ (x-h)^{2(N-1)} - h^{2(N-1)} \} \\ &\quad + \frac{a_1 - \sum_{N=1}^4 a_N h^{2(N-1)}}{n \sum_{N=1}^4 \frac{(-1)^{2N-1}}{2N-1} a_N \delta^{2(N-1)}} Y_0 \end{aligned} \quad (12)$$

上式はある一定時間内に液体が移動する距離の分布を表わすものであり、可視化した対流曲線には時間の定量的情報が含まれていないので、この曲線から直接流速を求めることは不可能である。

(12) 式から実際の流速を求めるには、ある一定時間内に液体の移動する距離が流速に比例することから、流路の任意の高さにおける流速を一点求めておくことにより距離曲線を流速分布に変換することができる。

4. 実験装置と実験方法

4.1 対流曲線発生装置

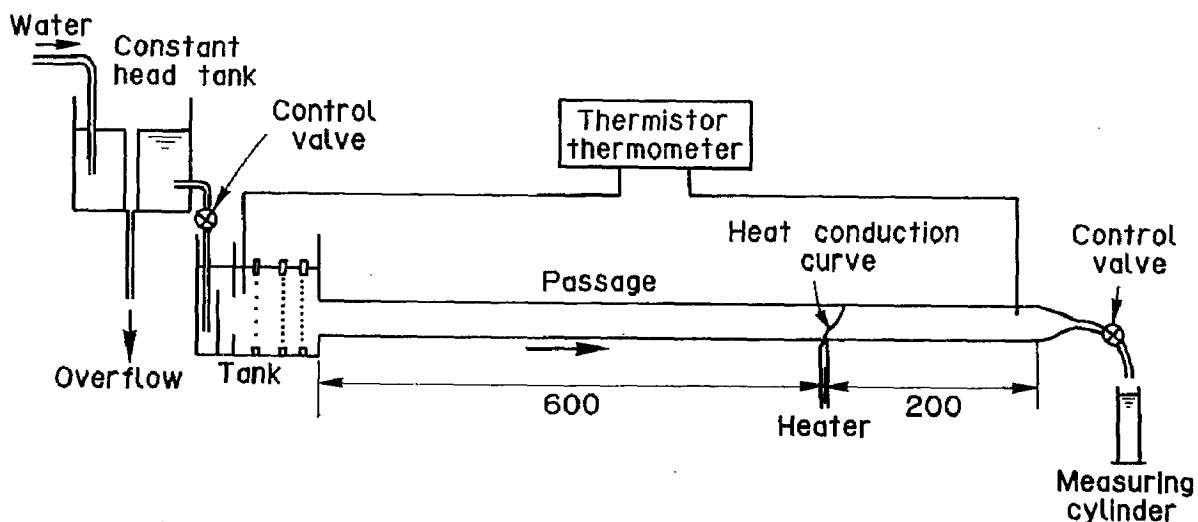


Fig. 5 Schematic arrangement of the experimental apparatus to generate the convection curve

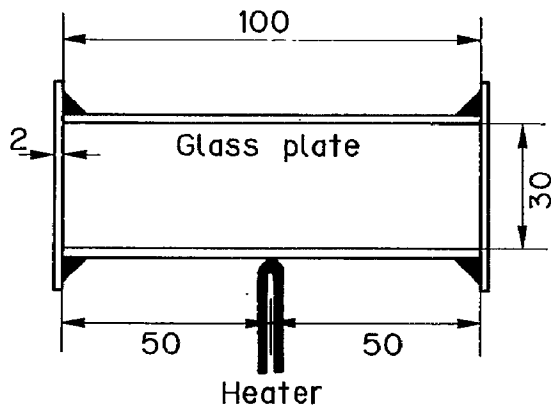


Fig. 6 Cross section of a passage

Fig. 5 に実験に用いた対流曲線発生装置の概略図を示す。

液体（水道水）は、定水頭タンクに導入された後、水槽に流れ、水槽内の整流格子（3枚）により整流されて流路に入る。

対流曲線の観測は流れが十分に発達したところで行なう必要があるため、ヒーターは流路の入口から600mmの位置に取り付けてあり、上下壁間の距離は30mmであるから、入口から測定位置までの距離は流路寸法の20倍である。

円管では管壁の曲率の影響により壁面上の液体の挙動

を可視化しにくい。そこで、流路の断面は Fig. 6 に示すようなアスペクト比10/3なる矩形断面にし、かつ、対流曲線の発生位置を底面の流路中央にとり、側壁の影響が対流曲線にできる限り現われないようにした。

壁面の表面処理条件は壁面に対し液体のすべりが比較的大まきく現われるシリコン処理とすべりが最も小さい未処理との場合の二種類とした。

4.2 対流曲線可視化装置

Fig. 7 は対流曲線を可視化するためのシュリーレン法の原理を応用した対流曲線可視化装置の概略図である。

光源には高圧水銀灯を用い、レンズ1の焦点に置いたナイフエッジスリットで帯状光線にしたのをレンズ2により平行光線とし、偏光板1を通して流路の側面に直角に平行光線を当てる。

平行光線は流路を通過したのを偏光板2を通りレンズ3によりスクリーンに対流曲線を投影する。このスクリーン上に投影された対流曲線像をスクリーンから50cm離れたカメラにより写真撮影する。

なお、レンズ3とスクリーンとの間に格子状スリットを置くことにより、Photo 1のような横縞を出すことができ、局所的な密度変化に応じ横縞が山形に変形し、対流曲線をとらえ易くすることができる。

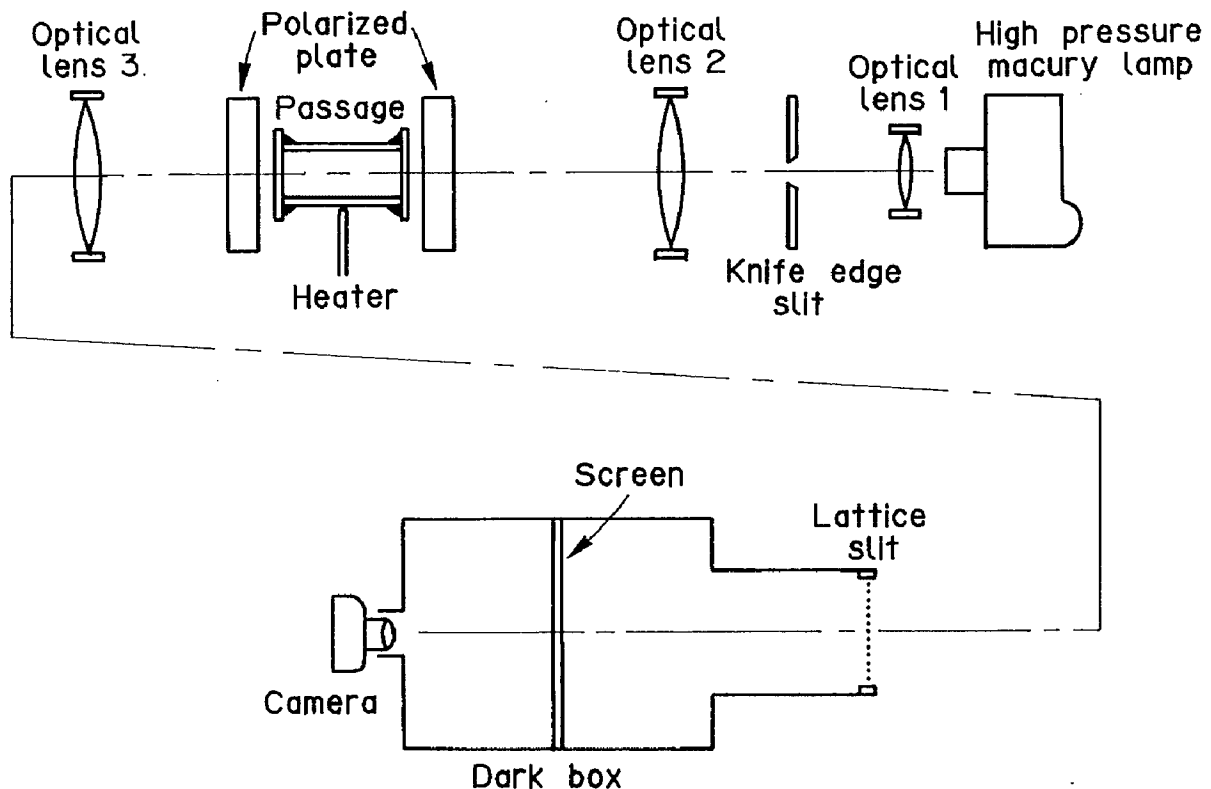


Fig. 7 Optical system (Schlieren method) to visualize the convection curve

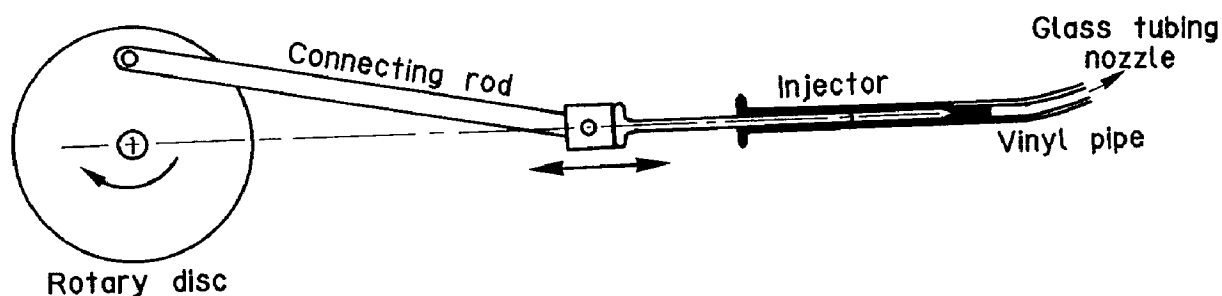
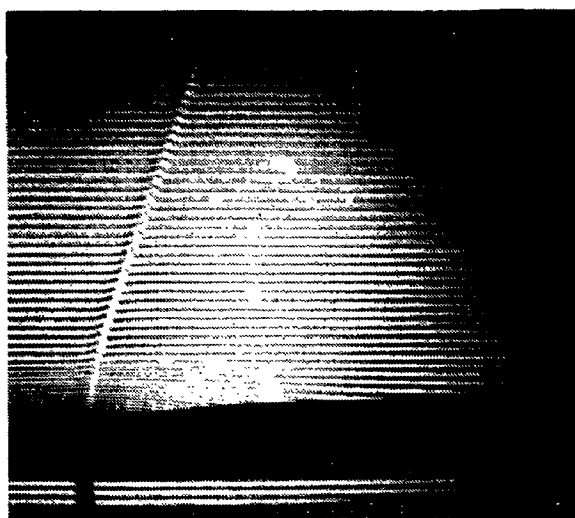


Fig. 8 Schematic arrangement of the apparatus to generate a pulse tracer

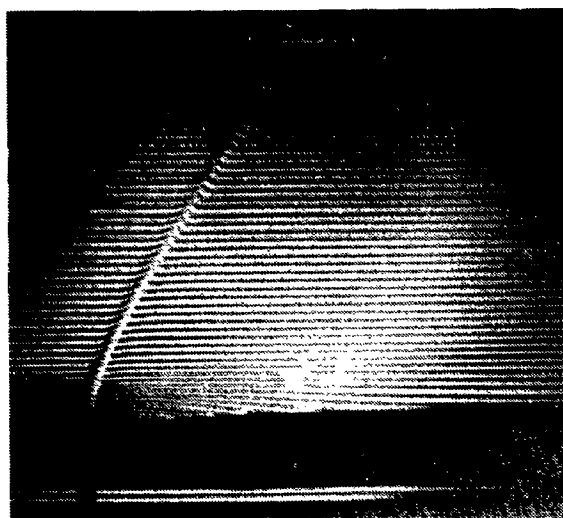
4.3 パルストレーサ発生装置

可視化した対流曲線から算出した距離曲線を流速分布に変換するには、3.3項で述べたように流速が液体の移動距離に比例することを利用するために、流路中の流れの方向の流速を一点求めておかなければならない。

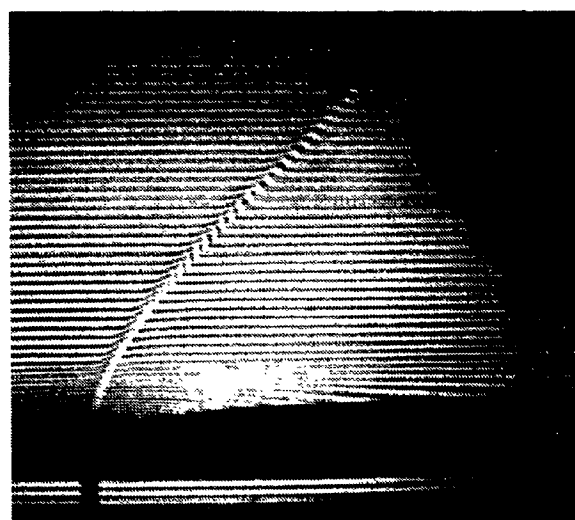
そのために水槽と流路の接合部に設置したI字形のガラス細管ノズルに Fig. 8 に示すパルストレーサ発生装置を接続し、パルス周期とトレーサ間隔から流路底面よりトレーサの流れている位置の高さにおける流速を求めて、距離曲線を流速分布に変換する。



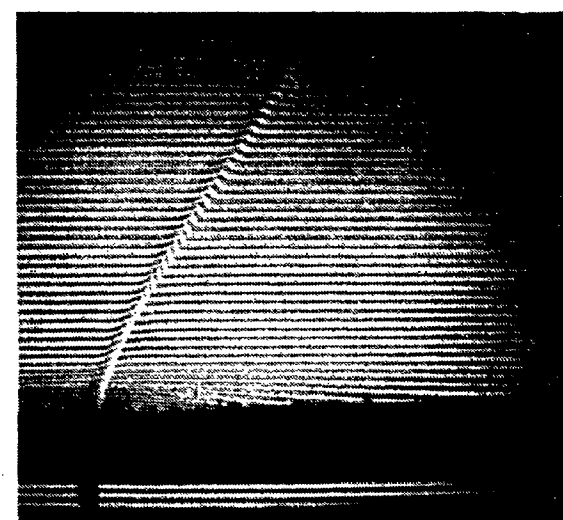
(1) $Q=3.95 \text{ cm}^3/\text{s}$, $Re=50$



(2) $Q=5.81 \text{ cm}^3/\text{s}$, $Re=73$



(3) $Q=6.59 \text{ cm}^3/\text{s}$, $Re=83$



(4) $Q=8.01 \text{ cm}^3/\text{s}$, $Re=101$

Photo 2 Photographs of the convection curve under the nontreatment condition

なお、トレーサには牛乳を水道水で300倍に薄めたものをを用いた。

4.5 写真撮影方法および現像条件

対流曲線はヒーターの加熱初期から時間の経過に従って上方に移動し、一定時間後に静止状態となることから、対流曲線がこのとき鮮明になるようにヒーターに印加する電圧(0~5V)を調整し、決定する。

つぎに、一旦スイッチを切って流路上壁面近傍に電圧調整中に滞留した熱および対流曲線を完全に消したのち、再び、さきに決定した電圧をヒーターに印加して対流曲線を発生させ対流曲線の動きが静止したときに写真撮影する。

写真撮影は流量を変え、各流量に対しそれぞれ行なう。

フィルムはASA 400の高感度フィルムを使用し、シャッター速度1/15 s, 絞りF3.4で撮影し、現像時間を16

分(液温20°C)として増感現像する。

5. 実験結果と考察

5.1 対流曲線可視化写真

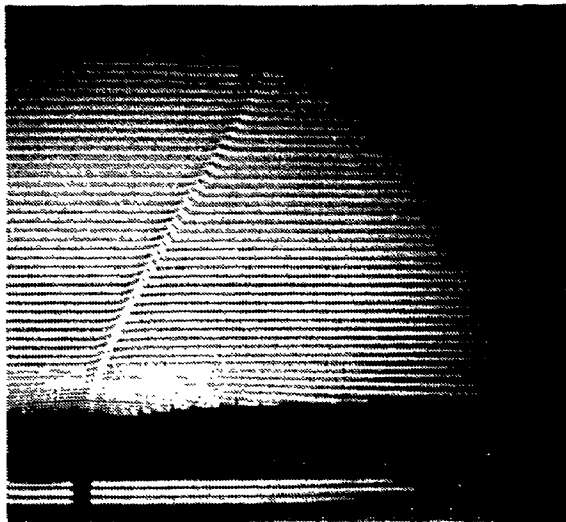
Photo 2 に壁面の表面状態が未処理の場合と Photo 3 にシリコン処理の場合について、対流曲線を可視化した写真をそれぞれ示す。

いずれの表面処理状態においても対流曲線は流量の増加に対し流れの方向へ傾きが増大しており、かつ、ヒーターの位置から対流曲線の生成位置までの「ずれ」も増加している。

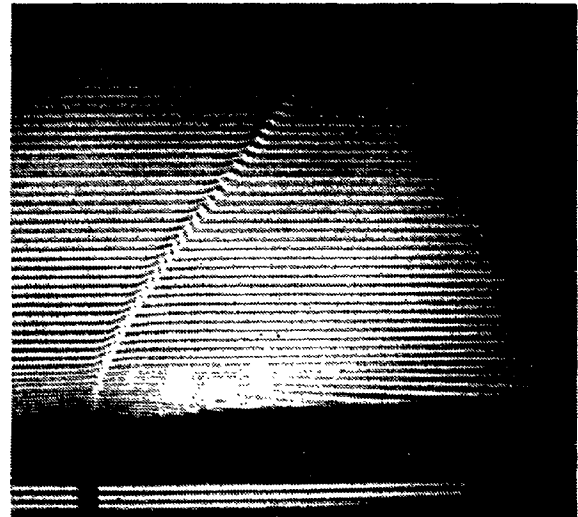
Photo 4 は流れがない場合の対流曲線の立ち上がりの可視化写真であるが、対流曲線の生成位置はヒーターの位置に一致している。

5.2 対流曲線の近似

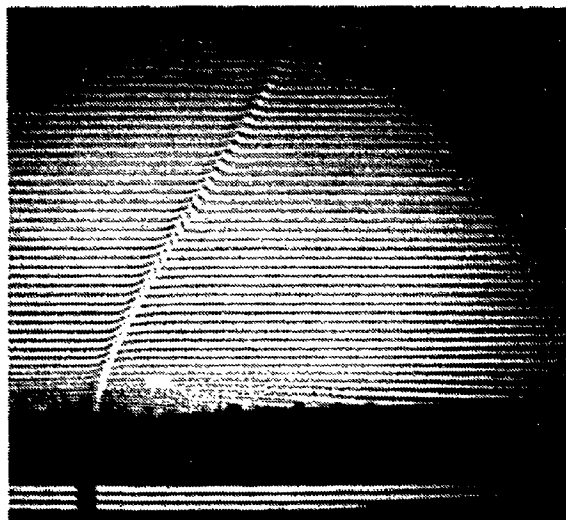
可視化写真より読み取った x に対する Y の測定値を



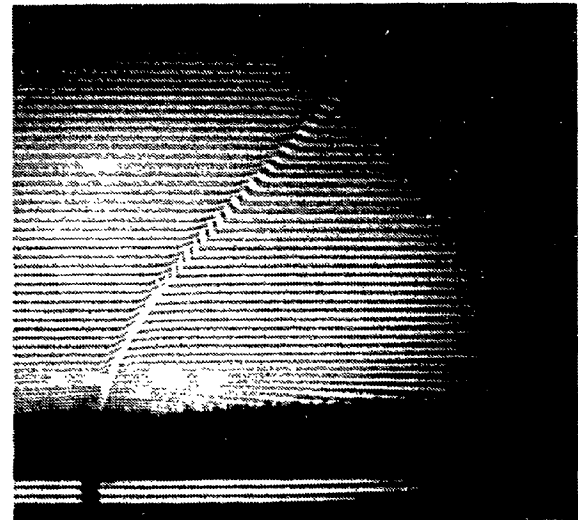
(1) $Q=5.31 \text{ cm}^3/\text{s}$, $Re=67$



(2) $Q=5.90 \text{ cm}^3/\text{s}$, $Re=74$



(3) $Q=6.12 \text{ cm}^3/\text{s}$, $Re=77$



(4) $Q=7.11 \text{ cm}^3/\text{s}$, $Re=89$

Photo 3 Photographs of the convection curve under the Silicone treatment condition

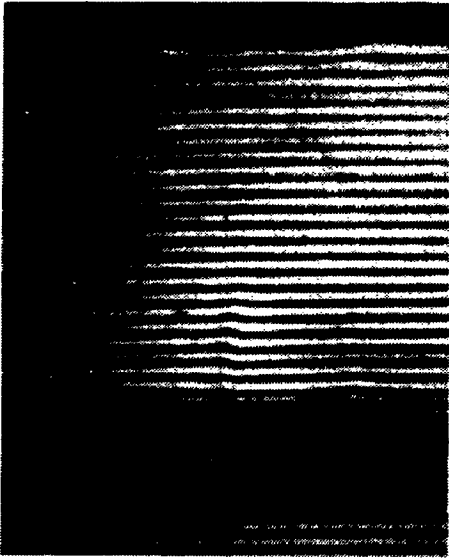


Photo 4 Generating point of a convection curve in still water

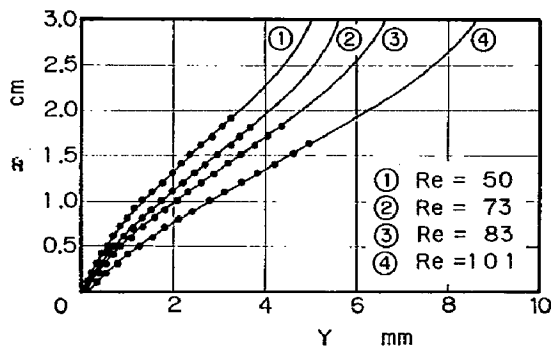


Fig. 9 Measured results on the convection curve approximated by 7-order equation under the nontreatment condition

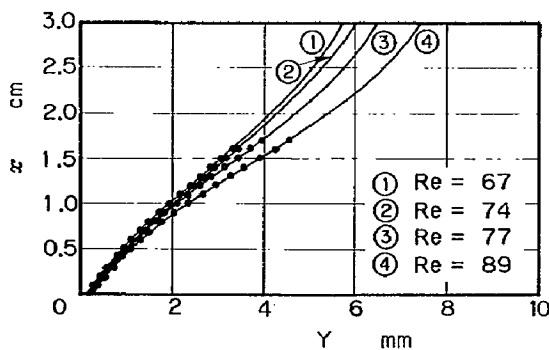


Fig. 10 Measured results on the convection curve approximated by 7-order equation under the silicone treatment condition

もとに最小2乗法により(1)式を用いて対流曲線の7次近似式を求めた結果をFig. 9(未処理)およびFig. 10(シリコン処理)に示す。

未処理の場合もシリコン処理の場合も流量の変化に対

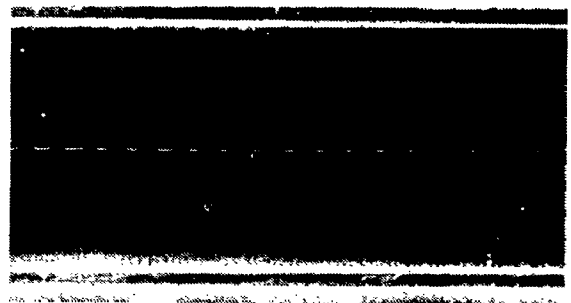


Photo 5 Visualized photograph of the pulse tracer in a passage

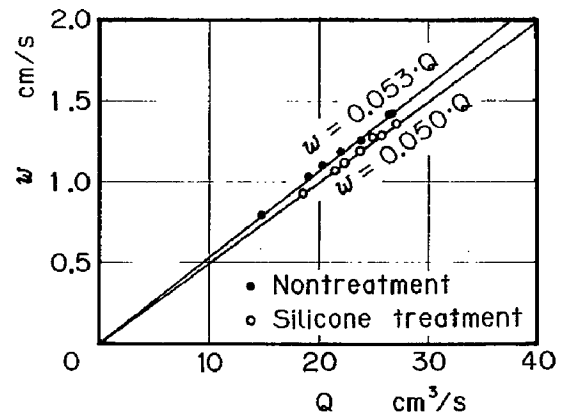


Fig. 11 Relation between the flow rate and the flow velocity at a particular point

し、それぞれ測定値と7次近似式は大変よく一致しており、対流曲線の7次近似は妥当であると考えられる。

5.3 流速分布およびすべり速度

Photo 5はFig. 8のパルストレーサ発生装置を用いて流路へパルストレーサを注入したときの可視化写真である。

これにより、トレーサが通過している位置における流量に対する流速が求められる。

Fig. 11はパルストレーサにより、未処理の場合、 $x=13.84$ mmおよびシリコン処理の場合、 $x=13.31$ mmの位置における流速を流量に対しそれぞれ求めたものであり、各処理状態とも流量に比例する。

(1)式を用いて求めた対流曲線の7次近似式から、(7)～(12)式を用い距離曲線を算出し、Fig. 11の関係を利用し、平均流速に対する流速分布を求めるとFig. 12(未処理)およびFig. 13(シリコン処理)のようになり、各処理状態とも流量が変化した場合でも、平均流速に対する流速分布はほぼ合致している。

また、流速分布は(12)式のように偶関数で表わすことができ、円管の層流速度分布とほぼ同様な流速分布を示し、かつ、壁面をシリコン処理することにより未処理に対し単位流量当りの最大流速は減少し、すべり速度は

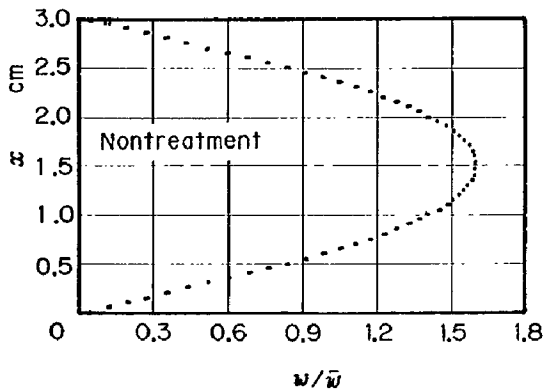


Fig. 12 Flow velocity distribution under the nontreatment condition

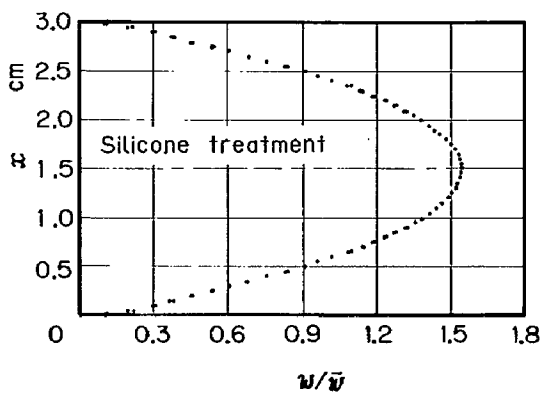


Fig. 13 Flow velocity distribution under the Silicone treatment condition

増加する。

Fig. 14 は流量の変化に対して、対流曲線から (11) 式を用いて求めたすべり速度 w_a を各処理状態について求めたものであり、 w_a はそれぞれ流量に比例している。

すべり速度は撥水性のあるシリコン油で表面処理することにより、未処理の場合に較べて増加し、その比は約 1.89 となり、ガラス円管の場合で、水素気泡法およびレーザードップラ流速計で求めたすべり速度比 1.85 および 1.74 と近い値である。

6. むすび

本論文では、矩形断面の流路を用い、流れの中の局所密度変化による対流曲線をシュリーレン法を利用して可視化し、対流曲線から流速分布およびすべり速度を求める計算式を誘導した。その結果、壁面上の液体のすべりが求められる足掛かりを得た。

結果を要約するとつぎの通りである。

(1) 対流曲線は液体が流れの方向に移動する距離を

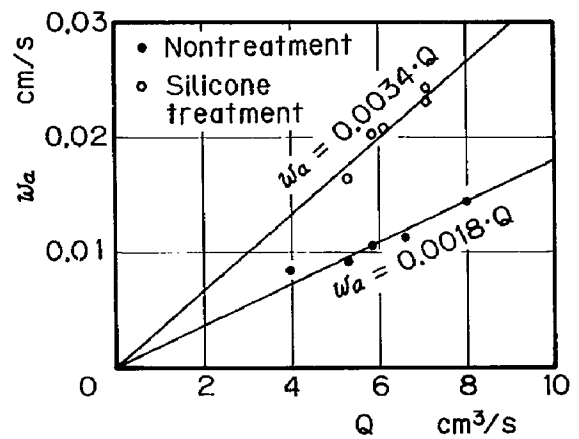


Fig. 14 Relation between the slippage velocity and the flow rate

流路の高さ方向に累積したものであり、対流曲線を 7 次近似することにより測定値とよく一致する。

(2) その結果、矩形流路の中央断面における流速分布は 6 次の偶関数として表わすことができる。

(3) 流路が矩形断面の場合も、壁面をシリコン処理することにより、すべり速度は未処理に較べて約 2 倍弱増加する。

(4) 可視化写真における対流曲線の生成位置とヒーターの位置との「ずれ」は壁面上の液体のすべりに関係し、かつ、すべり速度に比例する。

(5) それゆえ、対流曲線を可視化することにより、壁面上の液体のすべりを検証する可能性が得られた。

最後に、本研究にあたり、元明治大学工学部精密工学科豊沢陽二教授ならびに明治大学工学部精密工学科原田正一教授および山本健太郎教授に終始ご指導いただき、ここに深甚なる謝意を表する。

さらに、装置の製作と実験において、研究室の学生の協力を負うところが大きく、ここに謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 小島 昇：円管内壁面流動すべりの測定法，計測自動制御学会論文集，19-1，41/47 (1983)
- 小島 昇：壁面流動すべりに関する研究—粘度測定におけるすべりの影響—，明大技研紀要，21-2，2-1/2-10 (1982)
- 2) 豊沢陽二他：二重管におけるすべりの測定法，計測自動制御学会論文集，13-1，58/63 (1977)
- 3) 浅沼 強：流れの可視化ハンドブック，331/341，朝倉書店 (1977)
- 4) 一色尚次他：伝熱工学，4/5，森北出版 (1971)